

Schulinterner Lehrplan

Liebfrauenschule Köln

Gymnasium – Sekundarstufe II

Mathematik

Jahrgangsstufe EF

Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben

| Einführungsphase Fortsetzung | |
|---|--|
| <p><u>Unterrichtsvorhaben 0:</u></p> <p>Thema: <i>Check-up der Kompetenzen aus der SI zum Inhaltsfeld Stochastik (EF-S0)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Argumentieren <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mehrstufige Zufallsexperimente • Absolute und relative Häufigkeiten • Arithmetisches Mittel und Median • Boxplot • Diagramme interpretieren <p>Zeitbedarf: 1 Std.</p> | <p><u>Unterrichtsvorhaben I:</u></p> <p>Thema: <i>Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (EF-S1)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mehrstufige Zufallsexperimente <p>Zeitbedarf: 6 Std.</p> |
| <p><u>Unterrichtsvorhaben II:</u></p> <p>Thema: <i>Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (EF-S2)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Argumentieren <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Bedingte Wahrscheinlichkeiten • Wie lügt man mit Statistik? (Paradoxien) <p>Zeitbedarf: 9 Std.</p> | <p><u>Unterrichtsvorhaben III:</u></p> <p>Thema: <i>Check-up der Kompetenzen aus der SI zum Inhaltsfeld Analysis (EF-A0)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen • Modellieren <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grundlegende Eigenschaften von linearen Funktionen, quadratischen Funktionen und Sinusfunktion; Potenzgesetze, Terme und Gleichungen <p>Zeitbedarf: 2 Std.</p> |

| Einführungsphase | |
|--|--|
| <p><u>Unterrichtsvorhaben IV:</u></p> <p>Thema: <i>Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (EF-A1)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Argumentieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grundlegende Eigenschaften von Potenz-, Exponential- und Sinusfunktionen (innermathematisch) <p>Zeitbedarf: 12 Std.</p> | <p><u>Unterrichtsvorhaben V:</u></p> <p>Thema: <i>Von den Potenzfunktionen zu den ganzrationalen Funktionen (EF-A2)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen • Werkzeuge nutzen • Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grundlegende Eigenschaften von Potenz- und ganzrationalen Funktionen (auch in Sachzusammenhängen) • Einführung GTR <p>Zeitbedarf: 9 Std.</p> |
| <p><u>Unterrichtsvorhaben VI:</u></p> <p>Thema: <i>Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (EF-A3)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen • Argumentieren <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grundverständnis des Ableitungsbegriffs • Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen <p>Zeitbedarf: 15 Std.</p> | <p><u>Unterrichtsvorhaben VII:</u></p> <p>Thema: <i>Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (EF-A4)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen • Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen • Extremalprobleme <p>Zeitbedarf: 12 Std.</p> |

Einführungsphase Fortsetzung

Unterrichtsvorhaben VIII:

Thema:

Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes und maßstabsgetreue Zeichnung von 3D-Körpern (EF-G1)

Zentrale Kompetenzen:

- Modellieren
- Kommunizieren

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:

- Koordinatisierungen des Raumes (ggf. unterschiedliche)
- Darstellung von Körpern im kartesischen Koordinatensystem

Zeitbedarf: 6 Std.

Unterrichtsvorhaben IX:

Thema:

Elementare Vektoreigenschaften und ihre Nutzung im Raum (EF-G2)

Zentrale Kompetenzen:

- Problemlösen

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:

- Vektoren und Vektoroperationen
- Besondere Eigenschaften von Dreiecken, Vierecken, Quadern und Würfeln

Zeitbedarf: 9 Std.

Summe Einführungsphase: 81 Stunden

Konkretisierte Unterrichtsvorhaben

Inhaltsfeld Stochastik (S)

Thema: Check-up der Kompetenzen aus der SI zum Inhaltsfeld Stochastik (EF-S0)

| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen |
|--|--|
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: (vergleiche Kernlehrplan SEK I S. 28 und 32)</p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • veranschaulichen ein- und zweistufige Zufallsexperimente mit Hilfe von Baumdiagrammen • nutzen Median, Spannweite und Quartile zur Darstellung von Häufigkeitsverteilungen als Boxplots • benutzen relative Häufigkeiten von langen Versuchsreihen zur Schätzung von Wahrscheinlichkeiten • bestimmen Wahrscheinlichkeiten bei einstufigen Zufallsexperimenten mit Hilfe der Laplace-Regel • bestimmen Wahrscheinlichkeiten bei zweistufigen Zufallsexperimenten mit Hilfe der Pfadregel • analysieren grafische statistische Diagramme kritisch <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</p> <p>Modellieren</p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • übersetzen mathematische Modelle in Realsituationen und umgekehrt <p>Argumentieren</p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • ziehen Informationen aus authentischen Texten und mathematischen Darstellungen, analysieren und beurteilen diese Aussagen | <p>Zu Beginn der SEK II sollen die Schüler und Schülerinnen eine individualisierte Rückmeldung zu ihrem Leistungsstand im Hinblick auf die in der SEK I vermittelten Basiskompetenzen erhalten.</p> <p>Dies geschieht in der Regel so, dass die Kontrolle im Rahmen von Schülerkooperation erfolgt. Zu jeder abgefragten Kompetenz gibt es Hinweise zur Möglichkeit der selbstständigen Aufarbeitung der Lücken (z.B. Verweis auf vorhandene Lernmaterialien, wie etwa die Vertiefungskurshefte).</p> <p>Dem oft erhöhten Angleichungs- und Förderbedarf von Schulformwechslern wird ebenfalls durch gezielte individuelle Angebote Rechnung getragen (z.B. Vertiefungskurse).</p> <p>Hilfreich kann es sein, dabei die Kompetenzen der Mitschülerinnen und Mitschüler (z. B. durch Kurzvorträge) zu nutzen</p> <p>Material BMT, Moodlekurs</p> |

Thema: Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (EF-S1)

| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen |
|---|--|
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • deuten Alltagssituationen als Zufallsexperimente • simulieren Zufallsexperimente • verwenden Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen • stellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf und führen Erwartungswertbetrachtungen durch • beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Pfadregeln <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</p> <p>Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) • ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu (<i>Mathematisieren</i>) • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen an realen Situationen vor (<i>Strukturieren</i>) <p>Kommunizieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben Beobachtungen (<i>Rezipieren</i>) • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (<i>Produzieren</i>) • greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter (<i>Diskutieren</i>) • vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit (<i>Diskutieren</i>) | <p>Beim Einstieg ist eine Beschränkung auf Beispiele aus dem Bereich Glücksspiele zu vermeiden. Einen geeigneten Kontext kann die Methode der Zufallsantworten bei sensitiven Umfragen bieten.</p> <p>Das Urnenmodell wird auch verwendet, um grundlegende Zählprinzipien wie das Ziehen mit/ ohne Zurücklegen mit/ ohne Berücksichtigung der Reihenfolge zu thematisieren.</p> <p>Die zentralen Begriffe Wahrscheinlichkeitsverteilung und Erwartungswert werden etwa im Kontext von Glücksspielen erarbeitet und können durch zunehmende Komplexität der Spielsituationen vertieft werden.</p> <p>Die Nutzung des Galton-Bretts gibt den Schülerinnen und Schülern die Möglichkeit, nach verschiedenen Versuchsdurchgängen Vermutungen aufzustellen und diese miteinander zu diskutieren, um schließlich Lösungswege zu vergleichen und zu beurteilen. Schwerpunkt der Beschäftigung mit dem Galton-Brett liegt auf der prozessbezogenen Kompetenz des Kommunizierens, nicht auf der Inhaltsseite (Binomialverteilung). Die inhaltliche Seite wird in der Qualifikationsphase vertieft. Hier kann ganz grundlegend das Wesen der Mathematik deutlich werden: Ausgehen von einer Beobachtung/ Phänomen – Hypothesen bilden – Diskussion der Hypothesen – „Beweis“ oder Widerlegung.</p> <p>Exkurssthema: Sollte noch Zeit im Unterrichtsvorhaben zur Verfügung stehen, bestünde die Möglichkeit, die prozessbezogene Kompetenz „Werkzeuge nutzen“ zu integrieren. Etwa:</p> <p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum <ul style="list-style-type: none"> ... Generieren von Zufallszahlen ... Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen ... Erstellen der Histogramme von Wahrscheinlichkeitsverteilungen |

| | |
|--|---|
| | <p>lungen ... Berechnen der Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Erwartungswert)</p> <p>Material: Galtonbrett (praktisch/ Computer)</p> |
|--|---|

Thema: Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (EF-S2)

| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen |
|--|--|
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • deuten Alltagssituationen als Zufallsexperimente • modellieren Sachverhalte mit Hilfe von Baumdiagrammen und Vier- oder Mehrfeldertafeln • bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten • prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit • bearbeiten Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten. <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) <p>Argumentieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober- und Unterbegriff) (<i>Begründen</i>) • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>) • erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie (<i>Beurteilen</i>) | <p>Als Einstiegskontext zur Erarbeitung des fachlichen Inhaltes könnte das HIV-Testverfahren dienen, eine Möglichkeit zur Vertiefung böte dann die Betrachtung eines Diagnosetests zu einer häufiger auftretenden Erkrankung (z. B. Grippe). Um die Übertragbarkeit des Verfahrens zu sichern, sollen insgesamt mindestens zwei Beispiele aus unterschiedlichen Kontexten betrachtet werden.</p> <p>Zur Förderung des Verständnisses der Wahrscheinlichkeitsaussagen werden parallel Darstellungen mit absoluten Häufigkeiten verwendet.</p> <p>Die Schülerinnen und Schüler sollen zwischen verschiedenen Darstellungsformen (Baumdiagramm, Mehrfeldertafel) wechseln können und diese zur Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten beim Vertauschen von Merkmal und Bedingung und zum Rückschluss auf unbekanntes Astwahrscheinlichkeiten nutzen können.</p> <p>Bei der Erfassung stochastischer Zusammenhänge ist die Unterscheidung von einerseits Wahrscheinlichkeiten des Typs $P(A \cap B)$ und andererseits von bedingten Wahrscheinlichkeiten – auch sprachlich – von besonderer Bedeutung.</p> <p>In diesem Unterrichtsvorhaben soll ein besonderer Schwerpunkt auf die Möglichkeit der verfälschenden Wiedergabe statistischer Ergebnisse und scheinbarer Paradoxien gelegt werden.</p> <p>Material: Moodle (PET) Walter Krämer: Wie lügt man mit Statistik Bücher (TER)</p> |

Inhaltsfeld Funktionen und Analysis (A)

Thema: Check-up der Kompetenzen aus der SI zum Inhaltsfeld Analysis (EF-A0)

| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen |
|--|---|
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • vereinfachen Terme und lösen lineare und quadratische Gleichungen • wechseln situationsbedingt zwischen Tabellen, Graphen und Funktionsstermen von linearen, quadratischen und Sinusfunktionen und können ihre Eigenschaften beschreiben und anwenden • wenden die Potenzgesetze an <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</p> <p>Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • übersetzen Realsituationen in mathematische Modelle <p>Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • zerlegen Probleme in Teilprobleme und lösen diese | <p>Zu Beginn der SEK II sollen die Schüler und Schülerinnen eine individualisierte Rückmeldung zu ihrem Leistungsstand im Hinblick auf die in der SEK I vermittelten Basiskompetenzen erhalten. Dies geschieht in der Regel so, dass die Kontrolle im Rahmen von Schülerkooperation erfolgt. Zu jeder abgefragten Kompetenz gibt es Hinweise zur Möglichkeit der selbstständigen Aufarbeitung der Lücken (z.B. Verweis auf vorhandene Lernmaterialien, wie etwa die Vertiefungskurshefte).</p> <p>Dem oft erhöhten Angleichungs- und Förderbedarf von Schulformwechslern wird ebenfalls durch gezielte individuelle Angebote Rechnung getragen (z.B. Vertiefungskurse). Hilfreich kann es sein, dabei die Kompetenzen der Mitschülerinnen und Mitschüler (z. B. durch Kurzvorträge) zu nutzen</p> <p>Material BMT</p> |

Thema: Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (EF-A1)

| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen |
|---|--|
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben die Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten sowie quadratischen und kubischen Wurzelfunktionen • beschreiben Wachstumsprozesse mithilfe linearer Funktionen und Exponentialfunktionen • wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen (Sinusfunktion, quadratische Funktionen, Potenzfunktionen, Exponentialfunktionen) an und deuten die zugehörigen Parameter <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Argumentieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • stellen Vermutungen auf und präzisieren diese mithilfe von Fachbegriffen (Vermuten) • nutzen sachlogische Argumente (Begründen) • überprüfen, inwiefern Ergebnisse verallgemeinert werden können (Beurteilen) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen • nutzen Formelsammlungen, Geodreiecke, Zirkel, geometrische Modelle, Funktionenplotter und Dynamische Geometrie Software | <p>Die Eigenschaften von Potenzfunktionen und die einfachen Transformationen von linearen, quadratischen, Potenz- und Sinusfunktionen sollen innermathematisch selbstständig systematisch entdeckt werden, etwa durch den Einsatz von Geogebra/ Schieberegler. Alternative: Expertenpuzzle</p> <p>Für kontinuierliche Prozesse und den Übergang zu Exponentialfunktionen werden verschiedene Kontexte (z. B. Bakterienwachstum, Abkühlung) untersucht.</p> <p>Material: Expertenpuzzle (Peters)</p> |

Thema: Von den Potenzfunktionen zu den ganzrationalen Funktionen (EF-A2)

| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen |
|---|---|
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen als Erweiterung von Potenzfunktionen <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erkennen und formulieren einfache mathematische Probleme (<i>Erkunden</i>) • analysieren und strukturieren die Problemsituation (<i>Erkunden</i>) • erkennen Muster und Beziehungen (<i>Erkunden</i>) • wählen heuristische Hilfsmittel aus, um die Situation zu erfassen (<i>Erkunden</i>) • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (<i>Lösen</i>) • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (<i>Lösen</i>) • überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen (<i>Reflektieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden den GTR zum Lösen von Gleichungen, zum zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen und zum Plotten von Funktionen | <p>Ein besonderes Augenmerk wird in diesem Unterrichtsvorhaben auf die Einführung in die elementaren Bedienkompetenzen des GTR gerichtet.</p> <p>Kontexte spielen in diesem Unterrichtsvorhaben eine zentrale Rolle. Quadratische Funktionen können etwa stets als Weg-Zeit-Funktion bei Fall- und Wurf- und anderen gleichförmig beschleunigten Bewegungen gedeutet werden.</p> <p>Ganzrationale Funktionen vom Grad größer/ gleich 3 werden Gegenstand einer qualitativen Erkundung mit dem GTR, wobei Parameter gezielt variiert werden. Es werden die Symmetrie zum Ursprung und das Globalverhalten untersucht. Die Vorteile einer Darstellung mithilfe von Linearfaktoren und die Bedeutung der Vielfachheit einer Nullstelle werden hier thematisiert.</p> |

Thema: Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (EF-A3)

| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen |
|---|---|
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • berechnen durchschnittliche und lokale Änderungsraten und interpretieren sie im Kontext • erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate • deuten die Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten • deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate/ Tangentensteigung • beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion) • leiten Funktionen graphisch ab • nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten • wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle und lösen diese (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) <p>Argumentieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> | <p>Für den Einstieg zu Änderungsraten wird das Geschwindigkeitsmessungsverfahren „section control“ (durchschnittliche Geschwindigkeit) kontrastiert zum „Blitzen“ (momentane Geschwindigkeit) genutzt.</p> <p>Dieser Kontrast wird in unterschiedlichen Sachzusammenhängen, die auch im weiteren Verlauf immer wieder auftauchen (z. B. Bewegungen, Zu- und Abflüsse, Höhenprofil, Temperaturmessung, Aktienkurse, Entwicklung regenerativer Energien, Sonntagsfrage, Wirk- oder Schadstoffkonzentration, Wachstum, Kosten- und Ertragsentwicklung), vertieft. Neben zeitabhängigen Vorgängen soll auch ein geometrischer Kontext betrachtet werden (z.B.: Volumenabhängigkeit von der Kantenlänge).</p> <p>Um die Ableitungsregel für höhere Potenzen zu vermuten, nutzen die Schülerinnen und Schüler den GTR und die Möglichkeit, Werte der Ableitungsfunktionen näherungsweise zu tabellieren und zu plotten. Eine Beweisidee kann optional erarbeitet werden. Der Unterricht erweitert besonders Kompetenzen aus dem Bereich des Argumentierens (<i>Vermuten</i>).</p> <p>Durch gleichzeitiges Visualisieren der Ableitungsfunktion erklären Lernende die Eigenschaften beispielsweise von ganzrationalen Funktionen 3. Grades durch die Eigenschaften der ihnen vertrauten quadratischen bzw. höheren Funktionen. Zugleich entdecken sie die Zusammenhänge zwischen charakteristischen Punkten, woran in Unterrichtsvorhaben IV (Thema EF-A4) angeknüpft wird.</p> <p>Tabellenkalkulation und Dynamische-Geometrie-Software werden zur numerischen und geometrischen Darstellung des Grenzprozesses beim Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate bzw. der Sekanten zur Tangenten (Zoomen) eingesetzt.</p> <p>Im Zusammenhang mit dem graphischen Ableiten und dem Begründen der Eigenschaften eines Funktionsgraphens sollen die Schülerinnen und Schüler in besonderer Weise zum Vermuten, Begründen und Präzisieren ihrer Aussagen angehalten werden.</p> |

- stellen Vermutungen auf (*Vermuten*)
- unterstützen Vermutungen beispielgebunden (*Vermuten*)
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (*Beurteilen*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Darstellen von Funktionen, grafisch und als Wertetabelle, sowie zum grafischen Messen von Steigungen
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden, Berechnen und Darstellen

Material:

A. Peters

Thema: Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (EF-A4)

| Zu entwickelnde Kompetenzen | Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen |
|---|--|
| <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • leiten Funktionen graphisch ab • nennen, leiten plausibel grafisch her und berechnen ggf. die Kosinusfunktion als Ableitung der Sinusfunktion • begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen • nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichem Exponenten • wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an • lösen Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern oder Substituieren auf lineare und quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne digitale Hilfsmittel. • lösen Polynomgleichungen exemplarisch mit digitalen Hilfsmitteln. • verwenden das notwendige Kriterium und das Vorzeichenwechselkriterium zur Bestimmung von Extrempunkten • unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich • verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen • begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen • lösen Extremalprobleme <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erkennen Muster und Beziehungen (<i>Erkunden</i>) • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>) • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (hier: Zurückführen auf Bekanntes) (<i>Lösen</i>) | <p>Ein Wiederaufgreifen des graphischen Ableitens am Beispiel der Sinusfunktion führt zur Entdeckung, dass die Kosinusfunktion deren Ableitung ist.</p> <p>Für ganzrationale Funktionen werden die Zusammenhänge zwischen den Extrempunkten der Ausgangsfunktion und ihrer Ableitung durch die Betrachtung von Monotonieintervallen und der vier möglichen Vorzeichenwechsel an den Nullstellen der Ableitung untersucht. Die Schülerinnen und Schüler üben damit, vorstellungsbezogen zu kommunizieren. Die Untersuchungen auf Symmetrien und Globalverhalten werden fortgesetzt.</p> <p>Bezüglich der Lösung von Gleichungen im Zusammenhang mit der Nullstellenbestimmung wird durch geeignete Aufgaben Gelegenheit zum Üben von Lösungsverfahren mit und ohne Verwendung des GTR gegeben.</p> <p>Neben den Fällen, in denen das Vorzeichenwechselkriterium angewendet wird, werden die Lernenden auch mit Situationen konfrontiert, in denen sie mit den Eigenschaften des Graphen oder Terms argumentieren. So erzwingt z. B. Achsensymmetrie die Existenz eines Extrempunktes auf der Symmetrieachse.</p> <p>Hier ist auch der Ort, den Begriff des Extrempunktes (lokal vs. global) zu präzisieren und dabei auch Sonderfälle, wie eine konstante Funktion, zu betrachten, während eine Untersuchung der Änderung von Eigenschaften erst zu einem späteren Zeitpunkt des Unterrichts (Q1) vorgesehen ist.</p> <p>Als Extremalaufgabe wird eine rechteckige Glasscheibe mit einer Bruchkante versehen, als Standard mit linearer Funktion der Bruchkante und für bessere Schüler/ innen binnendifferenzierend mit Bruchkante von höherer Ordnung (ggf. die Rechteckseiten als Parameter gegeben).</p> <p>Exkursthema: Polynomdivision, Linearfaktorzerlegung</p> |

- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (*Lösen*)
- berücksichtigen einschränkende Bedingungen (*Lösen*)
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (*Lösen*)
- interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung (*Reflektieren*)

Kommunizieren

Die Schüler und Schülerinnen

- erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathemathikhaltigen Texten und Darstellungen, aus authentischen Texten, mathematische Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (*Rezipieren*)
- formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (*Produzieren*)
- verwenden die Fachsprache und fachspezifische Darstellungsformen (*Produzieren*)
- dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar (*Produzieren*)
- nehmen zu mathemathikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung (*Diskutieren*)

Inhaltsfeld Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Thema: *Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes und maßstabsgetreue Zeichnung von 3D-Körpern (EF-G1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum
- stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem dar und zeichne diese maßstabsgetreu

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)

Kommunizieren

Die Schülerinnen und Schüler

- formulieren eigene Überlegungen (*Produzieren*)
- wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus (*Produzieren*)
- erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (*Produzieren*)
- vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen (*Diskutieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Ausgangspunkt ist eine Vergewisserung (z. B. in Form einer Mindmap) hinsichtlich der den Schülerinnen und Schülern bereits bekannten Koordinatisierungen (GPS, geographische Koordinaten, kartesische Koordinaten, Robotersteuerung).

Als Schülerreferate können andere Koordinatisierungen, wie etwa Polarkoordinaten etc. vorgestellt werden.

Die Fachkonferenz empfiehlt als Modell die Robotersteuerung. In diesem Modul soll der Schwerpunkt auf der Koordinatisierung (z.B. Positionierung des Roboterarmes) liegen. Wesentliches Ziel dieses Vorhabens ist es, den Schülerinnen und Schülern die Möglichkeit zu eröffnen, intensiv verschiedene Koordinatisierungsmodelle zu produzieren und anschließend zu diskutieren. Als Exkurs, mit dem Ziel den besonderen Wert von Mathematisierungen gegenüber anderen räumlichen Vorstellungen wie sprachlichen Beschreibungen abzusetzen, besteht die Möglichkeit eine kurze Übung in Anlehnung an Lessings „Laokoon“ durchzuführen.

An geeigneten, nicht zu komplexen geometrischen Modellen (z. B. „unvollständigen“ Holzquadern) lernen die Schülerinnen und Schüler, ohne Verwendung einer DGS zwischen (verschiedenen) Schrägbildern einerseits und der Kombination aus Grund-, Auf- und Seitenriss andererseits zu wechseln, um ihr räumliches Vorstellungsvermögen zu entwickeln. Diese Kompetenz weisen sie in maßstabsgetreuen Zeichnungen nach.

Mithilfe einer DGS können unterschiedliche Möglichkeiten ein Schrägbild zu zeichnen untersucht und hinsichtlich ihrer Wirkung beurteilt werden.

Material:

Laokoon (M. Bornemann)

Thema: Elementare Vektoreigenschaften und ihre Nutzung im Raum (EF-G2)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- deuten Vektoren (in Koordinatendarstellung) als Verschiebungen und kennzeichnen Punkte im Raum durch Ortsvektoren
- stellen gerichtete Größen (z. B. Geschwindigkeit, Kraft) durch Vektoren dar
- berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mit Hilfe des Satzes von Pythagoras
- addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität
- weisen Eigenschaften von besonderen Dreiecken und Vierecken mithilfe von Vektoren nach

Neben anderen Kontexten können auch Beispiele aus dem Physikunterricht, um Kräfte und ihre Addition als Beispiel für vektorielle Größen zu verdeutlichen, genutzt werden.

Es empfiehlt sich auf das Modell des Roboterarms (vgl. Modul EF-G1) zurückzugreifen, um nun die Beschreibung von Bewegungen zu modulieren.

Durch Operieren mit Verschiebungspfeilen werden einfache geometrische Problemstellungen gelöst: Beschreibung von Diagonalen (insbesondere zur Charakterisierung von Viereckstypen), Auffinden von Mittelpunkten (ggf. auch Schwerpunkten), Untersuchung auf Parallelität.

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Problemlösen (Lösen)

Die Schülerinnen und Schüler

- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege
- setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus